

Il talento matematico. La genesi dei concetti matematici tra cultura e scienze cognitive

Mario Graziano

Università di Messina
mgraziano@unime.it

Abstract The current issues brought forward by neoculturalism revived in a certain way the old ontological debate about which is the true nature of mathematics and in primis of the natural numbers. In fact, the importance of the latter, for the purposes of this research is due to the fact that these are coextensive with particular space-time objects, that is to say numerals. If someone tells us that “two plus four is six”, we do not think he’s using a different language in which his “six” corresponds to our “eight” but we think that his arithmetic reasoning is simply wrong to make the sum of the two numbers (two and four) both call the same way. We think, therefore, that the numbers are accurate, that tells us the truth, and that are not exposed to any interpretation. Consequently, the numbers are merely numbers, regardless of the context in which they occur, regardless of the culture of single population. However, in recent years there have been some studies that go against this conception of common sense. This paper considers the impact of these different approaches, focusing in particular on studies of Pirahã, Mundurucu, and Chinese numerical cognition.

Keywords: mathematical cognition, number representation, culture, ethnomathematics

0. Introduzione

Per molto tempo, la maggior parte degli psicologi sono stati convinti che i presupposti dei processi cognitivi di base fossero gli stessi per tutti gli esseri umani (normali) adulti: sia che questo fosse un indigeno dello sperduto villaggio africano o l’abitante delle pianure dell’Asia centrale, piuttosto che un Europeo o Nord Americano. Al massimo le differenze culturali potevano influenzare il “contenuto” delle menti, vale a dire i domini di pensiero ai quali vengono applicati le strategie cognitive. Ad esempio, i bambini di uno sperduto villaggio dell’Amazzonia potrebbero avere lo stesso interesse nel classificare le varietà di utensili che incontrano nel loro ambiente con la stessa meticolosità mostrata dai bambini occidentali nel classificare i videogiochi. Pertanto, anche se quello che le persone pensano varia notevolmente da cultura a cultura, le strategie di elaborazione delle informazioni che le persone usano ripetutamente, al fine di conoscere la realtà esterna, sono stati assunte per essere le stesse ovunque. Gran parte della ricerca psicologica ha contribuito a sostenere l’universalità delle strategie cognitive anche in

base allo studio comparativo con le altre specie animali intrapreso dalla biologia e dal suo fondamento teorico della teoria evoluzionista che incoraggiò gli psicologi ad accettare l'unità psichica come dato assoluto e incontrovertibile. Uno dei primi teorici impegnato a contestare la visione universalistica è stato senza dubbio Wilhem Wundt (1916), considerato il fondatore della psicologia sperimentale, che ha ipotizzato che le funzioni cognitive più elevate fossero in qualche modo esposte alle pratiche culturali e che quando le culture o la storia diversificavano gli uomini anche i processi cognitivi a loro volta divergevano. Egli propone infatti una *folk psychology* che faccia da integrazione alla psicologia sperimentale:

[Folk psychology's] ... problem relates to those mental products which are created by a community of human life [e.g., language, religion] and are, therefore, inexplicable in terms merely of individual consciousness, since they presuppose the reciprocal actions of many ... Individual consciousness is wholly incapable of giving us a history of the development of human thought, for it is conditioned by an earlier history concerning which it cannot in itself give us any knowledge (WUNDT 1916: 3).

Una seconda posizione che andava nella stessa direzione è stata quella esercitata dalla scuola russa di Lev Vygotskij (1978) e Alexander Luria (1971) che ha avuto i suoi proseliti anche in Occidente, in Michael Cole (1996). In particolare, secondo Vygotskij la cognizione umana si sviluppa sempre in un contesto culturale e nella misura in cui le società divergono nelle loro traiettorie storiche queste producono diverse attività e diversi strumenti cognitivi. Una posizione più recente che va sempre contro l'idea di universalità cognitiva è quella sostenuta dai cosiddetti neo-culturalisti secondo i quali la cognizione umana è fondamentalmente culturale e che può essere compresa solo nel contesto di un puzzle che contenga elementi di storia dell'evoluzione umana. Secondo questa prospettiva gli esseri umani sono geneticamente molto simili ai loro parenti primati e non sorprende quindi che si condividano con loro la maggior parte del repertorio cognitivo di base. Ma al di là di queste somiglianze, gli esseri umani posseggono una vasta rete di competenze cognitive complesse che coinvolgono la comunicazione simbolica, la capacità di ragionamento complesso, l'elaborazione di strumenti tecnologici utilizzati che non hanno precedenti nella cognizione dei primati. Ad esempio, in polemica con i sostenitori dell'innatismo biologico della facoltà linguistica, Morten Christiansen e Nick Chater (2008) avanzano l'idea che il linguaggio sia un artefatto culturale, o comunque un prodotto dell'evoluzione culturale e non di quella biologica. I due autori propongono una sorta di rovesciamento di prospettiva, per cui la domanda da porsi rispetto al linguaggio e alla sua origine non è relativa al perché il cervello è così adatto ad imparare il linguaggio, bensì perché il linguaggio è così adatto ad essere imparato dal cervello. Allo stesso modo, Michael Tomasello (1999) rifiuta l'idea che il linguaggio sia una "facoltà" della mente, esprimendo una posizione che guarda all'origine del linguaggio in termini evoluzionistici e continuisti, considerandolo un'abilità che si è sviluppata gradualmente in un processo di adattamento culturale. Questo lavoro vuole, contro le ipotesi dei neo-culturalisti, difendere l'idea dell'universalità dei processi cognitivi. A partire dal ragionamento numerico metteremo in evidenza come ci sono regolarità sostanziali nei modi in cui le persone organizzano i loro mondi percettivi e concettuali e come questi modelli sono osservabili presso popolazioni culturalmente lontane dal mondo occidentale e quasi sprovviste di un linguaggio esatto per i numeri e di regole combinatorie come le nostre. Ciò che intendiamo puntualizzare è che comparare culture differenti e valutarne le abilità raggiunte non significa analizzare le differenze e le analogie tra le

culture stesse: la questione semmai riguarda piuttosto la natura di tali differenze. L'evoluzione non ha creato differenti mentalità, una più sviluppata per i popoli occidentali ed un'altra meno sviluppata per tutti gli altri popoli semmai è vero che un diverso sviluppo storico ha determinato e privilegiato differenti aspetti. Quest'ultima considerazione vale per tutti i prodotti della cognizione e quindi anche per la matematica.

1. Gli studi di etnomatematica

Le questioni attuali portate avanti dal neoculturalismo hanno riaperto il dibattito su quale sia la vera natura della matematica e *in primis* dei numeri naturali. L'importanza, infatti, di questi ultimi è dovuta al fatto che essi sono coestensivi con particolari oggetti spazio-temporali, vale a dire i numerali. Se qualcuno ci dice che "due più quattro fa sei", non pensiamo che stia usando un linguaggio in cui il suo "sei" corrisponde al nostro "otto" ma pensiamo semplicemente che egli stia sbagliando ad eseguire la somma tra due numeri (due e quattro) che entrambi chiamiamo allo stesso modo. Pensiamo, quindi, che i numeri siano precisi, che ci dicano la verità, e che non siano esposti ad alcuna interpretazione. Tuttavia, in questi ultimi anni sono state condotte alcune ricerche che vanno contro questa concezione del senso comune. Attraverso queste ricerche si perviene infatti a una visione della matematica legata ai bisogni materiali o simbolici di un gruppo sociale esattamente come qualsiasi altra attività culturale. Un corollario di questa ipotesi è che siccome le caratteristiche delle varie società umane differiscono tra loro, allora altrettante saranno le matematiche che i gruppi sociali potranno esprimere. Pertanto questi lavori convergono sull'idea che qualsiasi "attività" matematica prende forme differenti in situazioni diverse. La specificità della pratica aritmetica in una data situazione costituisce una base provvisoria per una maggiore comprensione della cognizione come una connessione di relazioni tra la mente e il mondo in cui questa si trova ad interagire. La ricerca più importante in questa direzione è stata senza dubbio quella condotta dall'antropologa Jean Lave (1988) nel suo studio *Adult Math Project* (Progetto sulla matematica da parte degli adulti, di seguito AMP), che consisteva nell'osservazione e sperimentazione di alcune pratiche quotidiane dell'aritmetica da parte di alcuni soggetti residenti della California meridionale. Il progetto AMP aveva alla base alcune semplici questioni descrittive a proposito della pratica aritmetica: ad esempio, come l'aritmetica si dispiega in contesti ordinari, se questa sia un'attività essenziale o non importante nelle pratiche correnti, se vi siano differenze procedurali tra le situazioni scolastiche e quelle usuali (vendita e acquisto o ambiti culinari). Per trovare risposte a queste domande, i ricercatori intrapresero una serie di studi, sui calcoli effettuati dai soggetti per selezionare i generi alimentari in base al miglior prezzo in un supermercato, le attività di coloro che preparano i menu nella loro cucina o come le persone gestiscono i conti delle loro famiglie. I ricercatori non facevano altro che limitarsi ad osservare e a prendere appunti su come le donne e gli uomini utilizzavano la matematica nella loro vita quotidiana chiedendo loro di spiegare ad alta voce il ragionamento messo in atto al momento della scelta di un prodotto. La ricerca AMP, che aveva coinvolto soltanto 25 soggetti della contea di Orange nella California meridionale, soggetti benestanti e di idee politiche conservatrici, ha avuto il merito di evidenziare che nonostante i soggetti coinvolti fossero individui istruiti, il loro comportamento matematico risultava essere assai lontano dal loro grado di istruzione e dal loro tipo di reddito familiare. Del totale di circa ottocento acquisti individuali che i soggetti effettuarono durante lo studio, solo

circa duecento avevano fatto ricorso all'aritmetica, in definitiva circa il 16% degli acquisti. Come scrive Keith Devlin: "Una scoperta interessante fu che, confrontando prodotti concorrenti per decidere quale fosse il migliore da comprare, gli acquirenti facevano relativamente poco uso del prezzo unitario stampato sull'etichetta....Un approccio molto comune era quello di calcolare il rapporto fra i prezzi e le quantità in modo da rendere possibile un confronto diretto. Questo si poteva fare se le quantità erano in una proporzione semplice fra di loro, per dire: 2:1 o 3:1.....Gli acquirenti però abbandonano spesso il metodo del confronto se incontrano un rapporto 3:2, dove per fare il confronto, si dovrebbe moltiplicare un prezzo per 2 e l'altro per 3" (DEVLIN 2007: 145). Tuttavia, studiare la relazione tra linguaggio-cultura e aritmetica diviene particolarmente lacunosa se come target di riferimento si prendono soggetti adulti occidentali istruiti in contesti però resi notevolmente innaturali dalla presenza dell'osservatore per cui, almeno in una certa misura, la ricerca non è condotta proprio sulle persone che svolgono le loro attività "normali e quotidiane". Per evitare tali critiche alcuni studiosi si sono recati ad osservare da vicino le pratiche aritmetiche di alcuni popoli non occidentali il cui lessico risulta essere estremamente povero di numerali. E' il caso, ad esempio, di Peter Gordon, professore di scienze bio-comportamentali alla Columbia University di New York e dei suoi studi sui Pirahã, un popolo della foresta amazzonica brasiliana la cui lingua è quasi sprovvista di nomi di numeri e il cui sistema di numerazione sarebbe ancora nella forma "uno-due-molti. Lo studio di Gordon ha posto il problema di cosa potrebbe succedere nel caso in cui gli interlocutori non possiedono un linguaggio ricco e articolato quanto il nostro. In quest'ultimo caso potrebbe esistere un sistema numerico? Tenuto conto che un sistema di numerazione elementare è possibile in presenza di nomi per i soli primi numeri che con l'appoggio delle basi 5 o 10 (utilizzando le dita della mano), o l'impiego di un sistema binario ricorsivo del tipo: 1, 2, 2 ' 1, 2 ' 2 ', 2 ' 2 ' 1 permetterebbe di generare fino ad un certo punto la successione dei numeri, Gordon afferma essersi inizialmente assicurato che i soli numerali di cui dispongono i Pirahas fossero gli equivalenti di "uno", "due" e "molti". Stabilito questo, scoprì anche che le parole atte a designare l'1 e il 2 erano polisemiche e potevano servire a quantificare in modo sfocato diverse situazioni. Le sperimentazioni successive si sono dunque preoccupate di valutare le capacità numeriche non verbali di questi individui sprovvisti di "linguaggio aritmetico". Di fronte a dei compiti di riproduzione di montaggi in serie continue di un piccolo numero di oggetti familiari sul modello delle serie presentate dallo sperimentatore o a compiti (semplici) di ricostituzione delle serie che fanno appello alla memoria visiva o che esigono un orientamento spaziale, i soggetti testati hanno fornito prestazioni che sembrano adeguati con la quasi assenza di lingua numerica nella loro cultura: successo per i primi tre numeri e caduta evidente delle prestazioni oltre il 3. Gordon conclude dando una risposta negativa alla domanda se gli uomini pur non possedendo sistemi numerici sofisticati, siano in grado di rappresentarsi quantità esatte per insiemi di quattro o cinque oggetti. Persiste solo la capacità di contare esattamente fino a tre items. I Pirahã non hanno dunque capacità numeriche oltre alle possibilità offerte dalla loro lingua. Siamo, pertanto, secondo Gordon, in presenza di una conferma solida dell'ipotesi whorfiana della determinazione sul pensiero del linguaggio. Sono state diverse le critiche mosse all'indirizzo di Gordon. La prima si deve al linguista Dan Everett che ha a lungo vissuto presso questa popolazione e che ha ospitato lo stesso Gordon nella sua permanenza in Brasile. Secondo Everett, infatti, la cultura Pirahã limita la comunicazione ad argomenti non astratti che si possono riferire all'esperienza immediata. Tutto ciò spiegherebbe anche la quasi

assenza dei miti di creazione, un sistema di parentela molto semplice, la quasi assenza dei termini per i colori oltre che naturalmente l'assenza di termini per la quantificazione. La seconda critica che è diretta tanto a Gordon quanto allo stesso Everett muove da un problema metodologico, vale a dire lo scarso numero di indigeni testati per i pre test sull'esistenza possibile di un sistema di calcolo numerico (solo due) e per i compiti da compiere in occasione dell'indagine principale (appena sei soggetti e di due villaggi diversi). Per quanto riguarda la polisemia dei numeri ci limitiamo a notare che tutte le lingue utilizzano i numeri sia in un senso preciso per descrivere una quantità esatta sia per indicare una quantità indeterminata o approssimata (v. BAZZANELLA 2011). D'altronde già Levi-Strauss nel 1954 in un articolo intitolato *The mathematics of man* osserva che forse l'errore più grave che hanno commesso alcuni scienziati sociali è quello di aver dato molta importanza ad un approccio alla matematica in un modo rigoroso e troppo legato al concetto di misura non accorgendosi che una nuova matematica stava nascendo, una matematica non più strettamente legata alle quantità bensì alla qualità. Egli infatti scrive: "... which, even in mathematics itself, are [now] regarded as traditional and largely outmoded, [without realizing] that a new school of mathematics is coming into being and is indeed expanding enormously at the present time – a school of what might almost be called qualitative mathematics, paradoxical as the term may seem, because a rigorous treatment no longer necessarily means recourse to measurement. This new mathematics (which incidentally simply gives backing to, and expands on, earlier speculative thought) teaches us that the domain of necessity is not necessarily the same as that of quantity" (LÉVI-STRAUSS 1954: 585). Sulla scia di Lévi-Strauss, vi sono stati nel tempo studi atti a mettere in risalto un miscuglio continuo di saperi matematici legati agli aspetti più trasversali della vita quotidiana che ad una prima impressione sembrerebbero lontani e poco attinenti ad un qualsiasi contesto matematico. E' il caso, ad esempio, di Marcia Ascher (2007) che vuol dimostrare che le culture tradizionali possiedono concetti matematici molto più sofisticati di quanto in genere non si creda. Descrivendo, in tal senso, alcuni rituali religiosi del Madagascar, l'autore scrive che alcuni riti di divinazione si basano su complessi algoritmi algebrici mostrando come alcuni concetti molto difficili che crediamo appannaggio della cultura matematica occidentale siano in realtà condivisi in differenti contesti culturali. Ascher rintraccia nel processo di iniziazione (*sikidy*) di un *ombiasy* (il divinatore della cultura malgascia specializzato nella guida delle persone) un algoritmo che rientra nell'ambito di quello che i matematici denominano algebra di Boole e logica binaria. Nel rituale, infatti, l'aspirante *ombiasy* raccoglie inizialmente 150-200 semi secchi di un tipo particolare di palma che poi disporrà a caso su quattro pile. Successivamente ogni pila viene ridotta togliendo due semi per volta fin quando in ogni pila non ne rimangono solo uno oppure due. Se, ad esempio, le quattro pile contenevano inizialmente 21, 16, 19 e 13 semi ciò che rimane alla fine sono quattro pile di semi contenenti rispettivamente 1, 2, 1, 1 semi di palma secca. Scrive l'autore: "In realtà questo risulta un conteggio modulo $2.21 \pmod{2}=1$; $16 \pmod{2}=0$, $19 \pmod{2}=1$; $13 \pmod{2}=1$. Dato che ogni termine nella colonna può avere uno o due elementi (un solo seme oppure due semi), il numero di colonne diverse che si possono ottenere è $2 * 2 * 2 * 2 = 16$ " (ASCEHER 2007: 31). Questo studio attesta, quindi, l'esistenza di sistemi numerici più o meno elaborati, anche in quelle società presentate come le più "primitive". In alcuni casi, tuttavia, si esagera con le conseguenze teoriche. È il caso, ad esempio, di Jadran Mimica (1988) sui Iqwaya (tribù della Papua Nuova Guinea). I Iqwaya dispongono di una numerazione parlata accompagnata da una numerazione figurata-gestuale. Solo i primi quattro

numeri sono designati da dei termini specifici ma anche in questo caso vengono utilizzate le dita della mano e dei piedi, per esprimere la successione dei numeri che, in questo modo, può raggiungere numeri elevati. Il sistema prevede infatti una base 20 (rappresentata da tutte le dita del corpo umano) con 5 come base ausiliaria (rappresentata dalle dita di una mano): la totalità delle dita rappresenta il numero 20 e equivale ad un “uomo”. Allo stesso modo ciascun dito è lui stesso identificato come un individuo umano (quindi ciascun dito può dunque simboleggiare il 20 e quindi tutto il corpo umano 400). Ne consegue che possono essere raggiunti numeri elevati perseguendo un computo che funziona per “applicazione dell’insieme delle dita su ciascuno di essi”. Il problema è che Mimica prolunga oltremodo la sua monografia con delle riflessioni sulla nozione di infinità che l’autore rintraccia nella cultura da lui studiata, arrivando addirittura ad avanzare l’idea di un possibile confronto con la teoria di Cantor, sugli ordinali transfiniti. Tuttavia, una nuova luce sulla ricerca dei fondamenti della matematica nella cognizione umana ci proviene in questi ultimi anni dalle ricerche effettuate nel campo delle scienze cognitive. In particolare, dalle ricerche di Stanislas Dehaene e dei suoi collaboratori sulla natura ontogenetica e filogenetica delle capacità aritmetiche dell’uomo che illustrano il modo in cui alcuni settori delle scienze cognitive cominciano a penetrare il mistero della natura del pensiero matematico. Secondo il neuroscienziato francese, le scoperte relative alla psicologia dell’aritmetica confermano che il numero appartiene a quelle categorie “innate” attraverso cui comprendiamo la realtà che ci circonda. Nel prosieguo vedremo come alcuni studi neuroscientifici e di psicologia cognitiva effettuate presso una popolazione dell’Amazzonia mostrano come sebbene noi tutti acquisiamo la maggior parte della nostra conoscenza numerica sotto forma di linguaggio, quest’ultimo non sembra influenzare l’apprendimento dei numeri naturali nel modo in cui ci si aspetterebbe.

2. I Mundurukù e l’aritmetica approssimativa

Si deve a Stanislas Dehaene e all’antropologo Pierre Pica lo studio più indicativo sulla cognizione numerica dei popoli non occidentali, in seguito ad alcune ricerche effettuate presso i Munduruku, una popolazione che vive in un territorio autonomo dello stato di Para (Brasile), la cui lingua appartenente alla famiglia Tupi, che viene parlata da circa 7000 indigeni, possiede nomi soltanto per i numeri che vanno da 1 a 5 (PICA *et al.* 2004). Gli studiosi hanno sottoposto 55 indigeni Munduruku a dei test piuttosto sofisticati. Nel primo esperimento, atto a testare il livello di conoscenza del lessico numerico, i soggetti furono divisi in diversi gruppi. Due gruppi di adulti e di bambini strettamente monolingue e senza istruzione vennero, infatti, confrontati ad adulti e bambini parzialmente bilingue che avevano ricevuto qualche tipo di istruzione scolastica. Inoltre, al contrario degli esperimenti condotti da Gordon, venne previsto un gruppo di controllo composto da adulti francesi. In questo test furono presentate ai Munduruku degli stimoli contenenti da 1 a 15 punti, distribuiti in maniera del tutto casuale, e si domandava loro quanti punti ci fossero. Al fine di poter asserire che i partecipanti rispondevano sulla base della numerosità, ciascuna numerosità, compresa tra 1 e 15, veniva presentata due volte effettuando differenti controlli sui parametri non numerici. Nella prima serie, le variabili estensive (luminosità totale e spazio totale occupato) erano uguali per tutte le numerosità; nella seconda serie, al contrario, si rendevano uguali le variabili intensive (formato dei punti e spazio tra i punti). In entrambe le condizioni non sono state riscontrate variazioni, eccetto l’assenza della parola per dire “cinque” tra

i più giovani. Al di là del 5, venivano, infatti, formulate delle espressioni come, ad esempio, poco (*adesu*), molto (*ade*) o una certa quantità (*buru maku*), tutte rifacentesi a quantificatori approssimativi. I Mundurucu usano, inoltre, varie altre espressioni come “più di una mano”, “due mani”, “alcuni alluci” ed anche lunghi sintagmi come ad esempio “tutte le dita delle mani” o “ancora qualcuno in più” (come risposta a 13 punti). Questi dati confermano che i Mundurucu selezionano le loro risposte verbali sulla base di un apprendimento del numero approssimativo, piuttosto che di un conteggio esatto. Ad eccezione di 1 e 2, tutti i numerali vengono impiegati in rapporto ad una vasta gamma di quantità approssimative, piuttosto che in rapporto ad un numero preciso. Per esempio, la parola per il cinque era impiegata per 5, ma anche per 6, 7, 8 o 9 punti. Pertanto, se fosse vera l’ipotesi di Gordon, vale a dire che i concetti legati al numero emergono soltanto quando ci sono dei numerali disponibili, allora dovremmo attenderci che i Mundurucu presentino grandi difficoltà nel momento in cui devono trattare grandi numeri. Gli studiosi hanno testato la conclusione di Gordon attraverso due compiti specifici: confronto di insiemi di punti, addizione e confronto di insiemi di punti. Per quanto riguarda il confronto dei numeri, in ogni prova, venivano presentati simultaneamente, uno accanto all’altro, due insiemi: un insieme di sinistra in nero e un insieme di destra in rosso, variando il rapporto tra le due numerosità da confrontare (vennero infatti utilizzate tre coppie di numerosità di formato differente; piccoli: 20-30 punti; medio: 30-60 punti; grande: 40-80 punti). Le risposte dei partecipanti Mundurucu (70,5% di risposte corrette), non mostrarono differenze significative tra i vari gruppi di soggetti che erano stati preventivamente creati ed il gruppo di controllo degli studenti francesi. In seguito venne esaminato se i Mundurucu fossero capaci d’effettuare operazioni approssimative con i grandi numeri. Per testare questa capacità, gli autori idearono un compito di addizione approssimativa. All’inizio, veniva mostrato un barattolo per conserve vuoto; il barattolo, in seguito, compariva in posizione verticale (in maniera tale da fare intendere ai partecipanti che il contenuto non sarebbe caduto) e dall’alto di uno schermo due insiemi di punti andavano a cadere nel barattolo. Dopo, alla destra del barattolo, compariva un terzo insieme di punti. I partecipanti dovevano indicare, alla fine di questi avvenimenti, se c’erano più punti dentro il barattolo o fuori. Tutti i gruppi partecipanti, compresi gli adulti monolingua ed i bambini, realizzarono una buona prestazione (80,7% di risposte corrette).

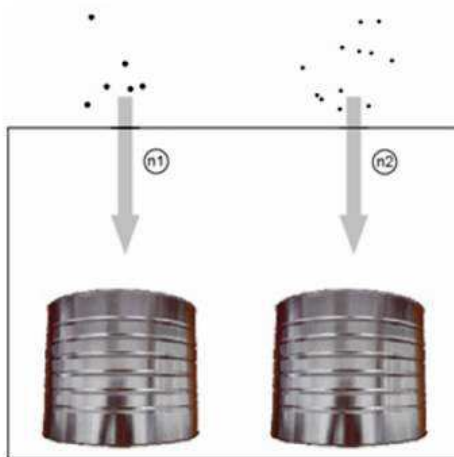


Fig.1 Rappresentazione del *setting* sperimentale per i compiti di confronto: due gruppi di punti che cadono nei barattoli da conserva vuoti (DEHAENE 2010).

In definitiva, sembra che i Mundurucu non hanno difficoltà ad aggiungere e a confrontare quantità approssimative, anzi posseggono la stessa precisione del gruppo di controllo occidentale. Sono altresì capaci di formarsi una rappresentazione mentale di numeri anche molto grandi (fino a 80); numeri, quindi, ben al di sopra di quelli che sono in grado di nominare, inoltre non confondono i numeri con altre variabili quali il formato o la densità dei punti. Essi applicano anche spontaneamente il concetto d'addizione, di sottrazione e di confronto a queste rappresentazioni vicine. Questo si verifica anche negli adulti monolingue e bambini piccoli che non hanno mai appreso alcuna aritmetica formale, dimostrando che una competenza numerica sofisticata, benché approssimativa, possa esistere anche in assenza di un lessico numerico altamente sviluppato. Tuttavia, se i Mundurucu, come sembra, dispongono di questo sistema non-verbale e impreciso per rappresentare i numeri, essi dovrebbero fallire in tutti quei compiti che richiedono una manipolazione dei numeri esatti. Per testare quest'ultima ipotesi, gli studiosi hanno utilizzato un compito di sottrazione esatta. All'inizio del test, veniva mostrato un barattolo di conserve vuoto; quindi alcuni punti cadevano dall'alto dello schermo dentro il barattolo e dopo un certo lasso di tempo, qualche punto cadeva dal barattolo in fondo lo schermo. La numerosità presentata era compresa tra 1 e 8 e il risultato era compreso tra 0 e 2. I partecipanti Mundurucu dovevano rispondere indicando il risultato corretto fra tre possibilità (0, 1 o 2 punti rimanenti). In una seconda versione dello stesso compito, in cui era richiesta una risposta verbale, i partecipanti dovevano descrivere verbalmente il contenuto del barattolo alla fine del filmato (da notare che lo zero in Mundurucu non esiste ma i partecipanti produssero spontaneamente delle brevi frasi come "non c'è più niente"). I risultati mostrarono come le prestazioni fossero leggermente migliori nei gruppi bilingue e istruito (soprattutto quando venivano mostrati 5 punti). Tuttavia, tutti i gruppi di Mundurucu avevano una prestazione nettamente inferiore a quella del gruppo di controllo occidentale, la cui prestazione non era condizionata minimamente dal formato dei numeri. Comunque, il fallimento dei Mundurucu, nel compito di sottrazione esatta, non era dovuto ad una bassa istruzione, visto che, al contrario, i Mundurucu ebbero ottime prestazioni, vicine al livello massimo di risposte corrette, quando la numerosità proposta era inferiore a 4. Il loro successo con i numeri piccoli riflette quindi l'impiego di un codice preverbale o di un sistema d'individuazione parallelo degli oggetti: in pratica, nel compito esatto proposto, i Mundurucu fanno ancora ricorso a delle rappresentazioni approssimative, là dove il gruppo di controllo occidentale lo risolve facilmente per calcolo esatto. Tuttavia, questo non impedisce di certo ai Mundurucu di accedere a delle numerosità sorpassando il loro limite lessicale, pervenendo in tal modo a conoscere le leggi fondamentali che disciplinano l'evoluzione della cardinalità degli insiemi (unione e addizione, separazione e sottrazione, ordine sulle numerosità). Inoltre, sono in grado di giudicare l'ineguaglianza esatta tra due insiemi, quando le circostanze permettono loro di verificare se gli elementi di questi insiemi entrano in corrispondenza biunivoca. Essi non sono sprovvisti del concetto astratto d'uguaglianza esatta, anche se non riescono sempre ad applicare questo concetto in determinati contesti. In ogni caso, i dati sperimentali raccontano su questa popolazione suggeriscono di certo l'esistenza di una rappresentazione non verbale di numeri vicini e di una competenza realmente concettuale per l'apprendimento e la manipolazione delle quantità numeriche approssimative totalmente indipendente dal linguaggio. Infatti, senza il conteggio, che suppone la

recita rapida di una successione di numeri, non è possibile attuare con successo la maggior parte dei compiti di aritmetica esatta. Se si permette, tuttavia, ai Mundurucu di utilizzare altre strategie per verificare la stretta uguaglianza tra due insiemi, come la messa in corrispondenza degli elementi di un insieme uno ad uno, quest'ultimi sono capaci di distinguere numerosità elevate che differiscono soltanto di una unità. L'effetto del linguaggio, nel test di sottrazione esatta da noi riportato, non concerne dunque (riprendendo una distinzione introdotta da Chomsky) che una differenza di prestazione, vale a dire l'insieme dei fattori che determinano la capacità di riuscita nel compito richiesto, piuttosto che un'autentica differenza di competenza concettuale. La riuscita di questo test dipende non solo dal controllo del concetto di numero esatto, competenza aritmetica astratta che i Mundurucu sembrano ben possedere, ma ugualmente da altri fattori (che Chomsky qualificherebbe come "esterni"), quali ad esempio la capacità di contare con efficacia. Gli studi riportati suggeriscono che l'aritmetica può essere considerata una "scala": tutti partiamo dallo stesso piolo ma non tutti arriviamo allo stesso livello: il progresso sulla scala concettuale aritmetica dipende in ultima istanza dal possedere la padronanza di un notevole armamentario di invenzioni matematiche alla cui base vi è certamente la capacità di manipolare dei grandi numeri esatti, il possedere altresì un vasto lessico di nomi dei numeri così come delle regole sintattiche per combinarle e generare una infinità di nomi dei numeri. Questi ultimi rappresentano in ultima istanza lo strumento per eccellenza che amplia la panoplia di possibili strategie cognitive permettendoci di risolvere molti problemi concreti. Naturalmente il linguaggio non è affatto l'unico strumento: ad esempio, per contare molti oggetti (cosa che il linguaggio ci permette di fare molto rapidamente) potremmo utilizzare quasi con altrettanta efficienza un abaco, le parti del corpo o indicando qualsiasi altro riferimento. Quando facciamo aritmetica non ci stiamo relazionando soltanto con un puro concetto etereo e astratto di numero. Al contrario, il nostro cervello collega immediatamente il numero astratto con nozioni concrete quali ad esempio grandezza, posizione (elaborate dalla stessa regione della corteccia parietale, v. DEHAENE 2010) e tempo. Tuttavia, in ultima analisi, è stato il linguaggio che ha consentito all'*Homo sapiens* di superare lo stadio dell'approssimazione dei numeri. Certe specifiche strutture del cervello (parte orizzontale del solco intraparietale, HIPS) permettono di usare un qualsiasi simbolo arbitrario, una parola, un gesto, un disegno o qualsiasi altra forma come veicolo di una rappresentazione mentale: in particolare, i simboli linguistici hanno la specificità di formare categorie discrete consentendoci di fare riferimento a numeri esatti e di separarli categoricamente dai loro vicini più prossimi. Certamente non tutte le lingue si equivalgono ed alcune risultano alla fine adattarsi meglio di altre alla struttura del nostro cervello. Nel paragrafo successivo ci occuperemo di quella a cui spetta la palma della semplicità (e di conseguenza dell'adattabilità), vale a dire la lingua cinese. Forse è per questo che sono i più bravi in matematica?

3. Lingua cinese e matematica

In cinese tutti i numeri si formano, senza alcuna eccezione, a partire dalla stessa regola. Infatti, i nomi che corrispondono ai nove primi numeri (*yi, èr, san, si, wu, liù, qi, ba, jiu*), si combinano attraverso moltiplicatori 10 (*shi*), 100 (*bai*), 1000 (*qian*) e 10000 (*wàn*), secondo una decomposizione rigorosa a base 10. Secondo questa regola, 13 si dice *shi san* (dieci tre), 27 *er shi qi* (due dieci sette) e 327 si dice dunque *san bai èr shi qi*. L'eleganza di questo minimale formalismo contrasta

con la mole di nuove parole necessarie a esprimere gli stessi numeri in inglese, in francese o l'italiano. In italiano, ad esempio, i numeri da 11 a 19, come pure le decine da 20 a 90 si esprimono con termini speciali (undici, dodici, venti, novanta) la cui struttura è differente da quella degli altri numeri. Pertanto, i bambini francesi o inglesi si trovano a dover decifrare termini numerici "sconosciuti" poiché la loro formazione logica non è così ovvia. Al contrario, così come viene esplicitato da Geary, grazie alla coerenza dei numeri estasiatici, i bambini cinesi sembrano "fare meno errori di calcolo, comprendere i concetti di calcolo e di numero ad un'età più precoce, fare meno errori nella risoluzione dei problemi aritmetici, e comprendere i concetti aritmetici di base - così come ad esempio sono utilizzati nel commercio molto più velocemente dei loro coetanei americani o europei" (GEARY 1994: 244). Al contrario, il bambino inglese o tedesco "viene messo di fronte a un compito difficile: si suppone che conosca soltanto il lessico e la grammatica della sua lingua materna; come potrebbe acquisire le regole particolari della numerazione inglese o tedesca venendo esposto semplicemente a frasi come *twenty-one* o *einundzwanzig*? E come può un bambino francese scoprire la differenza tra *deuxcents* (duecento) e *centdeux* (centodieci)?" (DEHAENE 2010: 108). Di fatto, quindi, i nomi dei numeri influiscono in modo determinante nei conti e nel calcolo mentale. Accade così che i bambini del Galles abbiano bisogno di quasi un secondo in più rispetto ai loro coetanei inglesi (i nomi dei numeri sono più lunghi in gallese che in inglese) per calcolare alcune somme (come, ad esempio, $134 + 88$). Eppure, l'inglese non rappresenta di certo l'optimum, visto che molti esperimenti hanno mostrato che i bambini cinesi calcolano molto più velocemente dei loro coetanei occidentali. Ad esempio, un esperimento condotto dalla psicologa cognitiva Kevin Miller ha mostrato che vi è un ritardo di quasi un anno nell'imparare a recitare la successione dei numeri da 1 a 100 tra bambini cinesi e americani. All'età di quattro anni i bambini cinesi riescono a contare già fino a 40 mentre i coetanei americani arrivano a malapena a 15. La caduta di prestazione dei bambini americani si ha quando si trovano di fronte a numeri come *thirteen* (13), *fourteen* (14) mentre i cinesi favoriti come abbiamo visto dalla regolarità della loro lingua, vanno avanti con minore difficoltà (MILLER *et al.* 1995). Lo stesso avviene anche per quanto riguarda gli ordinali. In inglese, in francese o in italiano prima che i bambini riescano a precisare quale posto una cosa occupa in un gruppo di oggetti, devono anche in questo caso apprendere un insieme di termini interamente nuovi quali "primo", "secondo", "terzo", ecc. Al contrario, in cinese la formazione degli aggettivi ordinali è estremamente semplice in quanto sono costruiti in modo identico e logicamente trasparente: viene aggiunto semplicemente il prefisso *di* al numero corrispondente. Primo si dice dunque *di-yi* (*yi* è il termine per "uno"). "Secondo" si dice *di-er* (*er* è il termine per dire "due"). E così via. Un'altra caratteristica della lingua cinese che ha un impatto importante sulla cognizione numerica è la relativa velocità di pronuncia delle cifre cinesi. Scrive Dehaene: "Provate a leggere ad alta voce la successione di cifre 4, 8, 5, 3, 9, 7, 6, poi, chiudete gli occhi, e cercate di conservarle in memoria per una ventina di secondi prima di ripeterle. Se siete inglesi o francesi, avete soltanto una possibilità su due di riuscirvi; mentre, se siete cinesi, il successo è assicurato. Come mai vi è una tale differenza? Il nostro cervello immagazzina le cifre da memorizzare in una memoria uditiva....Ora, i nomi delle cifre cinesi sono particolarmente brevi (per esempio 4=*si*; 7=*qi*); la maggior parte si può pronunciare in meno di un quarto di secondo" (DEHAENE 2010: 106). Inoltre, essa è anche una lingua tonale (in mandarino, i cinque toni possono essere rapidamente descritti come 1: costante, 2: ascendente, 3:

modulato cioè alternativamente discendente quindi ascendente, 4: scendente, e infine 5: neutro). Ciò significa che tutte le parole - compresi i numeri - sono in realtà cantate più che parlate e il tono aiuta a determinarne il senso. Le parole cinesi utilizzate per designare i numeri da uno a dieci corrispondono dunque a diversi toni che aiutano a differenziarli: uno = primo tono, due = quarto tono, tre = primo tono, quattro = quarto tono, cinque = terzo tono, sei = quarto tono, ecc. Pronunciati di seguito, compongono dei motivi melodici che aiutano i processi di memorizzazione. Un discorso simile può essere fatto anche per quanto riguarda un concetto matematico classico quale quello di variabile, elemento chiave per un “pensare algebricamente” e sulla fase di “generalizzazione” (altro elemento portante dell’algebra). I concetti di incognita, di variabile e più in generale di parametro sono in generale dei concetti difficili da interiorizzare. Tuttavia, se prendiamo in considerazione il testo *Jiuzhang Suanshu*, considerato il testo antico per eccellenza dell’algebra cinese, si nota che il mondo cinese sin dall’antichità ignorava la necessità dell’argomentazione deduttiva e la sua matematica non era garantita dal rigore di una tecnica logica esattamente organizzata come quella greca, bensì si caratterizzava per l’uso pratico che il popolo cinese ne faceva nei contesti economici e agrari. Il risultato era che tale matematica si presentava non come un edificio armonico di conoscenze quanto piuttosto come un insieme di termini, sviluppatosi, come a guisa di una “grammatica tecnica” spontanea e naturale. Infatti, nello *Jiuzhang Suanshu* i procedimenti risolutivi (*shu*) fanno sempre ricorso, attraverso una struttura procedurale, ai dati presentati nel testo del problema, espressi sempre in grandezze e valori numerici specifici. Ad esempio, nel problema I.9:ì. Supponiamo ancora che uno abbia $1/2$; $2/3$, $3/4$, $4/5$, si chiede quanto si ottiene mettendo tutto insieme. Gli elementi distintivi caratterizzanti i metodi di soluzione si evincono principalmente nell’oggetto testuale rappresentato dal procedimento come semplice elenco di operazioni (KLINE 1972), in essi si ritrovano soltanto termini conosciuti come “numeratore”, “denominatore”, “moltiplicare...” (CHEMLA 2007). Pertanto, anche se i procedimenti risolutivi sono procedure di natura essenzialmente aritmetica, numeriche, all’interno del testo si evidenzia in maniera sempre ben chiara la continua ricerca di algoritmi generali capaci di poter essere applicati a differenti classi di problemi che sono in parte riferite sempre a situazioni specifiche concrete. Il ricorso quindi a delle operazioni aritmetiche ordinarie (moltiplicare, dividere...) e l’utilizzo di termini come “il moltiplicare per disaggregare”, “semplificare per riunirli”, “omogeneizzare”, “eguagliare per farli comunicare” mostrano in ultima istanza la valenza dimostrativa dei metodi risolutivi dell’antica Cina che rappresentano obiettivi strategici nella ricerca di invarianti nei differenti procedimenti di calcolo: il “rendere uguale” e “rendere omogeneo” possono pertanto in quest’ottica dare indicazioni concrete sulla manipolazione algebrica.

4. Conclusioni

Come abbiamo visto, trattare il binomio Matematica-cultura significa scontrarsi con una visione secondo la quale la diversità culturale d’interpretazioni e di suggestioni viene considerata da alcuni autori come una profonda ricchezza contro la visione riduttiva e falsa di una universalità che in realtà non esiste e che non va ricercata. Come viene sottolineato da Radford, la configurazione e il contenuto della conoscenza matematica è propriamente ed intimamente definito dalla cultura nella quale essa si sviluppa (RADFORD 1997). Pertanto, secondo questa

prospettiva, dobbiamo guardare ai concetti della matematica non soltanto da un punto di vista della logica bensì da una prospettiva culturale che esige in un qualche modo di rintracciare la genesi dei concetti studiati in un'ottica di storicità e di intersoggettività. L'ipotesi avanzata è che i numeri sono, in ultima istanza, abbastanza simili alle parole, saturi di significato, dipendenti dalla cultura e che il nostro modo di pensarli è globalmente simile al nostro modo di pensare tutte le altre cose. Tuttavia, numerose ricerche neuro scientifiche hanno mostrato che sebbene noi tutti acquisiamo la maggior parte della nostra conoscenza numerica sotto forma di linguaggio, quest'ultimo non sembra influenzare l'apprendimento dei numeri naturali nel modo in cui ci si potrebbe aspettare. Ad esempio, Stanislas Dehaene (2010) sostiene che già al momento della nascita i bambini possiedono eccellenti capacità di distinzione numerica. Il neonato è capace di distinguere insiemi contenenti due oggetti da insiemi che ne contengono tre, ed inoltre le sue capacità intuitive siano così raffinate da riconoscere la differenza tra due e tre suoni. Secondo Dehaene ciò è possibile in quanto gli esseri umani vengono al mondo dotati di due sistemi di rappresentazione numerica: il primo "innato-approssimativo" e un secondo influenzato dalla cultura e "linguaggio-dipendente" che è alla base delle nostre conoscenze esatte. L'ipotesi di Dehaene è che gli esseri umani siano provvisti di un senso matematico, che essi condividono con altre specie animali e con i bambini ancora in fase pre-linguistica, e che questo istinto sia l'espressione del funzionamento di un organo mentale dedicato, un insieme di circuiti cerebrali capaci di trattare l'informazione presente nell'ambiente in termini di quantità. La manipolazione di queste rappresentazioni di numerosità non è dunque influenzata dal linguaggio e riflette l'esistenza di una competenza aritmetica universale. Secondo il neuroscienziato francese la nostra capacità di calcolo usa infatti risorse differenti per la rappresentazione dei primi tre numeri interi positivi: uno, due e tre (*Subitizing*). In questi casi elementari, infatti, la nostra percezione delle quantità è istantanea. A partire dal numero 4, le risorse cognitive per operare sulle quantità sono differenti: esse dipendono dalle nostre capacità di manipolare simboli (DEHAENE 2010). Ciononostante, il nostro istinto numerico più primitivo interviene anche nella manipolazione delle cifre simboliche: per confrontare grandezze numeriche diverse, approssimare grandi quantità, eseguire calcoli complicati, il nostro cervello non può evitare di rappresentarsi i numeri come quantità continue e provviste di proprietà spaziali, così come farebbe un topo o uno scimpanzé. A questa conclusione si è anche arrivati prendendo in esame la competenza matematica di alcuni popoli come, ad esempio, i Mundurucu, un gruppo di cacciatori dell'Amazzonia che pur non possedendo un lessico numerico ricco quanto quello occidentale sono altresì capaci (come gli occidentali) di effettuare dei compiti non simbolici, di confrontare delle grandi quantità con le stesse prestazioni riscontrate nei soggetti occidentali e di risolvere in maniera approssimativa operazioni elementari di addizione e sottrazione. Certo i Mundurucu non sono in grado di riconoscere che 37 è un numero primo o di calcolare $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$. Queste capacità sono proprie soltanto di culture sufficientemente avanzate il cui linguaggio permette di superare i limiti dell'approssimazione. Mediante il linguaggio gli esseri umani imparano ad etichettare una infinità di numeri, simbolizzando e discretizzando le quantità. In questo modo la struttura della matematica si fa sempre più raffinata e astratta. Contrariamente all'evoluzione della matematica, l'evoluzione del nostro cervello è rimasta praticamente immutata dalla comparsa sulla terra dell'*Homo Sapiens*, vale

a dire da almeno centomila anni. Di conseguenza, gli oggetti culturali come le parole ed i numeri sono elaborati da sistemi biologici inizialmente destinati ad altri scopi. Come scrive Dehaene: “ E’ stupefacente osservare la flessibilità del cervello umano che, a seconda del momento o del contesto, permette di pianificare la caccia ai mammut o di concepire la dimostrazione del teorema di Fermat” (Dehaene 2010: XXIII). Tuttavia, non bisogna sopravvalutare la presunta flessibilità del nostro cervello: al contrario, proprio le potenzialità ed i limiti del nostro cervello definiscono i punti di forza e quelli di debolezza delle nostre capacità matematiche. E’ questo il motivo per cui siamo così portati per l’approssimazione ed invece abbiamo difficoltà a memorizzare la tavola pitagorica o ad operare con le frazioni. E’ come se il cervello si rifiutasse di piegarsi a questi oggetti “contro natura”. Al contrario, il motivo per cui certi oggetti matematici ci sembrano intuitivi e facili da riconoscere sta nel fatto che la loro struttura è adatta alla nostra architettura cerebrale. Per questo motivo i bambini cinesi hanno meno difficoltà nell’apprendere i principi della matematica dei loro coetanei occidentali. Come abbiamo visto, infatti, contare in cinese non è difficile perché basta imparare a memoria i nomi dei numeri da 1 a 10 e generare gli altri tramite una regola molto semplice. Bisogna riconoscere l’inferiorità delle lingue occidentali rispetto a quelle orientali almeno su tre punti: memoria, calcolo e insegnamento. Come precisa Dehaene: “ La selezione culturale avrebbe dovuto eliminare da tempo costruzioni così assurde come il francese quatre-vingt-dix-sept (quattro-venti-dieci-sette, 97)” (DEHAENE 2010: 110). In definitiva, si può sostenere che gli oggetti matematici hanno subito un’evoluzione condizionata tanto *dal* cervello quanto *per* il cervello. Condizionata dal cervello poiché la storia della matematica è vincolata dalle capacità cerebrali di invenzione sempre più sofisticati di nuove numerazioni e di nuove procedure aritmetiche. Per il cervello perché sono state culturalmente tramandate solo quelle procedure che trasmesse alle generazioni successive si adattavano meglio alle capacità conoscitive e mnemoniche capaci di accrescere le capacità di calcolo dell’umanità.

Bibliografia

ASCHER, M. (2007). *Etnomatematica. Esplorare concetti in culture diverse*. Torino: Bollati Boringhieri

BAZZANELLA, C. (2011). *Numeri per parlare. Da “quattro chiacchiere a grazie mille”*. Roma-Bari: Laterza.

CHEMLA, K. (2007). *Matematica e cultura nella Cina antica*. Torino: Einaudi.

CHRISTIANSEN, M.H., CHATER, N. (2008). Language as Shaped by the Brain. *Behavioral and Brain Sciences*, 31(5), 489-509.

COLE, M. (1996). *Cultural psychology: A once and future discipline*. Cambridge: Belknap Press of Harvard University Press.

DEHAENE, S. (2010). *Il pallino della matematica. Scoprire il genio dei numeri che è in noi*. Milano: Raffaello Cortina

DEVLIN, K. (2007). *L'istinto matematico. Perché sei anche tu un genio dei numeri*. Milano: Raffaello Cortina.

FERRETTI, F. (2009). Coevoluzionismo senza se e senza ma. *Etica & Politica / Ethics & Politics*, XI, 2, 92-105.

GEARY, D. (1994). *Children's Mathematical Development. Research and practical Applications*. Washington, American Psychological Association.

GORDON, P. (2004). «Numerical cognition without words: evidence from Amazonia» in *Science* 306: 496-499.

KLINE, M. (1972). *Storia del pensiero matematico*. Torino: Einaudi.

LAVE, J. (1988). *Cognition in Practice. Mind Mathematics and Culture in Everyday Life*, Cambridge, Cambridge University Press.

LÉVI-STRAUSS, C. (1954). The mathematics of man. *International social science bulletin*, 6 (4): 581-90.

LURIA, A. (1971). Towards the problem of the historical nature of psychological processes. *International Journal of Psychology*, 6, 259-272.

MILLER, K., SMITH, C.M., ZHU, J., ZHANGH, H. (1995). Preschool origins of cross-national differences in mathematical competence: The role of number-naming system. *Psychological science*, 6, 279-305.

MIMICA, J. (1988). *Intimations of Infinity. The Cultural Meanings of the Iqwaye Counting and Number System*. Oxford: Berg.

PICA, P., LEMER, C., IZARD, V., DEHAENE, S. (2004) «Exact and approximate arithmetic in an amazonian indigene group» in *Science*, 306: 499-503.

RADFORD, L.(2004). *The Cultural-Epistemological Conditions of the Emergence of Algebraic Symbolism*. Plenary Lecture presented at the 2004 History and Pedagogy of Mathematics Conference, Uppsala, Sweden.

TOMASELLO, M. (1999). *The Cultural Origins of Human Cognition*. Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts (trad. It. Le origini culturali della cognizione umana, Il Mulino, Bologna, 2005).

VYGOTSKIJ, L. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge: Harvard University Press.

WHORF, B.L. (1956). *Language, thought and reality*. New York: Wiley.

WUNDT, W. (1916). *Elements of folk psychology: Outlines of a psychological history of the development of mankind*. London: George Allen & Unwin Macmillan.